LIBRIS | We know books

Ioana Monalisa MANEA

Culegere de probleme de matematică

pentru clasa a 7-a

respectă programa școlară de matematică
aprobată prin OMEN 3393/2017

Editura Puișor
București

Cuprins

LIBRIS | We know books

1. Recapitulare. Teste de evaluare inițială **6**

1.1. Recapitulare algebră: mulțimea $\mathbb{Z}$ 6

1.2. Recapitulare algebră: mulțimea $\mathbb{Q}$ 8

1.3. Recapitulare geometrie 10

1.4. Teste de evaluare inițială 11

2. Mulțimea numerelor reale **14**

2.1. Rădăcina pătrată a unui număr natural pătrat perfect 14

2.2. Estimarea rădăcinii pătrate dintr-un număr rațional 15

2.3. Numere iraționale; mulțimea numerelor reale; $\mathbb{N}\subset\mathbb{Z}\subset\mathbb{Q}\subset\mathbb{R}$; reprezentarea numerelor reale pe axa numerelor prin aproximări 17

2.4. Modulul, compararea și ordonarea numerelor reale 19

Teste de evaluare 22

2.5. Scoaterea factorilor de sub radical și introducerea factorilor sub radical 22

2.6. Adunarea și scăderea numerelor reale 24

2.7. Înmulțirea și împărțirea numerelor reale; puteri cu exponent număr întreg 26

2.8. Raționalizarea numitorului de forma $a\sqrt{b}$ 28

2.9. Media aritmetică ponderată a n numere reale, $n\geq 2$ 31

2.10. Media geometrică a două numere reale pozitive 32

Teste de evaluare 34

2.11. Ecuația de forma $x^2=a$, $a\in\mathbb{R}$ 35

Teste de evaluare 36

3. Ecuații și sisteme de ecuații liniare **37**

3.1. Transformarea unei egalități într-o egalitate echivalentă; identități 37

3.2. Ecuații de forma $ax+b=0$, $a, b\in\mathbb{R}$; mulțimea soluțiilor unei ecuații; ecuații echivalente 38

3.3. Sisteme de două ecuații liniare cu două necunoscute; rezolvarea prin metoda substituției și/sau metoda reducerii 40

3.4. Probleme care se rezolvă cu ajutorul ecuațiilor sau a sistemelor de ecuații liniare . 42

Teste de evaluare 46

4. Elemente de organizare a datelor **47**

4.1. Produsul cartezian a două mulțimi nevide; sistem de axe ortogonale în plan; reprezentarea într-un sistem de axe ortogonale a unor perechi de numere reale; reprezentarea punctelor într-un sistem de axe ortogonale; distanța dintre două puncte din plan 47

4.2. Reprezentarea și interpretarea unor dependențe funcționale prin tabele, diagrame și grafice; poligonul frecvențelor 48

LIBRIS | We know books

5. Patrulaterul 50

5.1. Patrulaterul convex; suma măsurilor unghiurilor unui patrulater convex 50

5.2. Paralelogramul; proprietăți 51

5.3. Linia mijlocie în triunghi; centrul de greutate al unui triunghi 53

5.4. Dreptunghiul; proprietăți 54

5.5. Rombul; proprietăți 55

5.6. Pătratul; proprietăți 57

Teste de evaluare 58

5.7. Trapezul, clasificare, proprietăți; trapezul isoscel, proprietăți 59

5.8. Linia mijlocie în trapez 60

5.9. Perimetre și arii: triunghi, paralelogram, dreptunghi, romb, pătrat, trapez 62

Teste de evaluare 65

6. Cercul 67

6.1. Unghi înscris în cerc; coarde și arce în cerc, proprietăți 67

6.2. Tangente dintr-un punct exterior la un cerc 69

6.3. Poligoane regulate înscrise într-un cerc; construcție; măsuri de unghiuri 70

6.4. Lungimea cercului și aria discului 71

Teste de evaluare 73

7. Asemănarea triunghiurilor 74

7.1. Segmente proporționale; teorema paralelelor echidistante; împărțirea unui segment în părți proporționale cu numere (segmente) date 74

7.2. Teorema lui Thales; reciproca teoremei lui Thales 74

7.3. Triunghiuri asemenea; teorema fundamentală a asemănării, raportul ariilor a două triunghiuri asemenea; aplicații practice 77

7.4. Criterii de asemănare a triunghiurilor; aproximarea în situații practice a distanțelor folosind asemănarea 80

Teste de evaluare 83

8. Relații metrice în triunghiul dreptunghic 85

8.1. Proiecții ortogonale pe o dreaptă; teorema înălțimii 85

8.2. Teorema catetei 86

8.3. Teorema lui Pitagora; reciproca teoremei lui Pitagora 87

8.4. Noțiuni de trigonometrie în triunghiul dreptunghic: sinusul, cosinusul, tangenta și cotangenta unui unghi ascuțit 90

Teste de evaluare 93

8.5. Rezolvarea triunghiului dreptunghic; aproximarea în situații practice a distanțelor folosind relații metrice 93

Teste de evaluare 95

8.6. Calculul elementelor în poligoane regulate 96

Teste de evaluare 98

9. Modele de lucrări semestriale 99

10. Fișe pentru portofoliu 111

11. Soluții 119

1. Recapitulare. Teste de evaluare inițială

URBIS | We know books

1.1. Recapitulare algebră: mulțimea $\mathbb{Z}$

*

1. Să se ordoneze crescător numerele:

a) $-4; |-2|; 1; |-5|; 0{,}3; -6; -|-7|$ b) $-3+5; |-4-1|; -10+7; |0|; -2^2$

2. Să se calculeze:

a) $-4+5-2=$ b) $(-8)+(+6)-(-3)=$ c) $12-8-7-(-3)=$

d) $-5-(-4)+3-10=$ e) $3+(-8)-6-(-7)=$ f) $6-|2-4|-|5+(-3)|=$

g) $||-2|-6|-|-|-4|+5|-(-2)=$ h) $\left|5-|-3|^0\right|:|-2|^2-7^0=$

3. Să se rezolve în $\mathbb{Z}$:

a) $x-14=-30$ b) $x+15=-6$ c) $4-x=8$ d) $5-x=-20$ e) $10+x=-21$

f) $-15-x=2$ g) $4x=-16$ h) $-2x=30$ i) $-5x=-25$ j) $x:2=-8$

k) $x:(-3)=-4$ l) $x:(-8)=4$ m) $12:x=-3$ n) $-36:x=2$ o) $-39:x=-3$

p) $3x+5=-16$ q) $4-5x=-11$ r) $8x-3=-19$

4. Să se precizeze care din următoarele numere sunt din $\mathbb{Z}$, care din $\mathbb{N}$ și care din $\mathbb{Z}\setminus\mathbb{N}$:

$-9; 0; |-3|; |+4|; -|2|; -|-7|; 3-8; (-2)^1; (-2)^2; (-2)^3; -(-6); -(+6); \frac{8}{4}; \frac{-30}{6}; \frac{-42}{-6}; \frac{4-12}{-4}; \frac{9-3}{6}; \frac{1}{2}; \frac{14}{2}; 1{,}5\cdot 2; (-3)\cdot(-4).$

**

5. Să se calculeze:

a) $-5-[3-8-(4-5)]=$ b) $3-(8-9)+(16-21)=$ c) $-5-(-31+16)-(7-9)=$

d) $4+(38-40)-(8-4)=$ e) $-3-[-4+(5-13)]=$ f) $[(-2)\cdot 7+5\cdot(-5)]:(-13)=$

g) $-5\cdot(7-8)+3\cdot(5\cdot 8-7^2)=$ h) $(3-12):(-3)+(5-15):5=$ i) $8\cdot(-3):(-2)+5\cdot(-2)=$

6. Calculați:

a) $(-2)\cdot 3+4\cdot(-1)-(-8)=$ b) $(-6):(-2)-7=$ c) $4-(-8):2=$

d) $[2-(-6)]:(-2)=$ e) $[(-10):5-3\cdot(-1)]\cdot(-6)=$ f) $-4\cdot(-3):(-6)\cdot 2^3:(-2)^2=$

g) $\left[2^3\cdot(4-5)+|-3^2+5|\right]:\left[7-(-3)^2\right]=$ h) $\left[8:(-4)+|-16+2|\right]:(-2)^2+(-5)^0=$

i) $[(4-6)^3+(-2)\cdot(-5)]\cdot\left|-2^2+3\right|=$ j) $[(25-5):(-2)^2-14:(-2)]\cdot 2^2\cdot(-5)=$

7. Să se compare numerele:

a) -3 cu -5 b) 2 cu -8 c) $(-3)^2$ cu -2 d) $(-2)^3\cdot 4$ cu $(-3)^{10}\cdot 9^8:(-27)^7$

e) $|-6:(-2)|^5\cdot 81^4$ cu $[(+2)^5\cdot(-2)^{16}:(2^7)^2]^4$ f) $-18^{15}:(-36)^7:|4-10|$ cu $27^2\cdot(-3)^9$

8. Să se scrie numerele de mai jos ca puteri cu bazele sau exponenții indicați:

a) 8 cu baza 2 b) 16 cu baza (-2) c) 81 cu exponentul 4

d) 10000 cu exponentul 2 e) -125 cu baza (-5)

9. Să se precizeze care din următoarele numere este din mulțimea $\mathbb{Z}\setminus\mathbb{N}$ și care din $\mathbb{N}$:

$a=[42:(-6)+4\cdot(-5)]:(-3)$ $b=(-4)^3:8+(-3)^2$

$c=[(-5)^2+2-(-2)^5]:(-1)^3$ $d=[(-2)^6:(-2)^3-(-3)^0]:3$

10. Să se compare: a) $a=-3\cdot(-8)-(-5)^2$ cu $b=-|7-8|$;
b) $a=(-6)^3:(-2)\cdot 9-(-3)^2$ cu $b=(-4)^2\cdot(-1)-5\cdot(-3)$;
c) $a=[7\cdot(-8)-9\cdot(-6)]^3$ cu $b=[(-12)^2:4:(-9)+1]^2$.

LIBRIS

11. Să se calculeze media aritmetică pentru numerele:
a) $a=-3\cdot(-6)-(-4)^2-5$ și $b=(-3)^2-(-4)^2$
b) $a=2-(-4+8)$, $b=-5-(3-5)$ și $c=(-2)^3-(4-7)$
c) $a=8^2-(-7)^2$, $b=(-6)^2-7^2$ și $c=(-4)^2-(-2)^2$

12. Calculați (discuție după $n\in\mathbb{N}$): a) $(-1)^{327}+(-1)^{504}-(-1)^{1003}=$
b) $(-1)^n+3(-1)^{n+1}-4\cdot(-1)^{n+2}=$ c) $5(-1)^n+4\cdot(-1)^{2n+1}-(-1)^{2n}=$

13. Să se rezolve în $\mathbb{Z}$: a) $x+18=0$ b) $x-31=-29$ c) $2x+3=3x$
d) $4(x+1)-3(x+2)=-20$ e) $5-2\cdot[3-2\cdot(x+3)]=3$
f) $3x-2\cdot[2x+4\cdot(4+5x)]=9$ g) $3\cdot[5\cdot(x+3)-2\cdot(4-x)]+1=22$

14. Să se scrie elementele mulțimilor: $A=\{x|x\in\mathbb{Z},\ -3\le x<2\}$, $B=\{y|y\in\mathbb{N}^*,\ y=2+x,\ x\in A\}$.
Să se stabilească valoarea de adevăr a propozițiilor:
a) „$B\subset A$” b) „$1\in(A\cap B)$” c) „$-1\in(B\setminus A)$”; d) „$(A\setminus B)=\{a\in\mathbb{Z}||a|\le 3,\ a\le 0\}$”

15. Rezolvați în $\mathbb{Z}$:
a) $|x+13|=20$ b) $3-|x|=18$ c) $4\cdot|x|-2=10$ d) $|x+3|+5=0$
e) $3\cdot(|x|-3)+1=0$ f) $3(|2x+1|-3)-2=4$ g) $7\cdot|x|+3=|x|+9$ h) $||3x+1|-4|=0$
i) $|2\cdot|x|-7|=19$ j) $||x|-10|=7$

16. Fie mulțimile $A=\{x\in\mathbb{Z}|-3\le x<4\}$ și $B=\{x\in\mathbb{Z}||x+1|=2\}$. Să se calculeze: a) $A\cup B$; b) $A\cap B$; c) $A\setminus B$; d) $B\setminus A$; e) $A\cap D_6$; f) $D_2\setminus A$; g) $(A\setminus\mathbb{N})\cup B$; h) $(B\cap\mathbb{N})\cup(A\cap\mathbb{N})$.

17. Să se afle x și y din: a) $4\cdot|x+1|+|3y-6|=0$ b) $|3^x-9|+|4^y-8^2|=0$

18. Să se rezolve în $\mathbb{N}$:
a) $x+3\le 5$ b) $4+x<9$ c) $3x<18$ d) $4x<21$ e) $14-x<7$ f) $4-x<6$
g) $x-8\le 2$ h) $x+3\le 0$ i) $x-7\le 0$ j) $5x\ge 0$ k) $|x|<8$ l) $|x|\le 0$

19. Să se rezolve în $\mathbb{Z}$:
a) $x+15<0$ b) $x-16<-3$ c) $8x<0$ d) $3x<-6$ e) $x+20\le -4$
f) $2x+5<-7$ g) $2x-1\le x+7$ h) $2(x+3)+4\le x$ i) $|x|\le 3$ j) $4-x\ge 8$
k) $5-2x\le 7$ l) $3-|x|\le 0$ m) $4+|x|\le 0$ n) $4-|x|\ge 0$

20. Să se rezolve inecuațiile pe mulțimile lor de definiție:
a) $3+4x\le 31$, $x\in\mathbb{Z}\setminus\mathbb{N}$ b) $5x-3\le 7$, $x\in\mathbb{N}$ c) $4(x+1)-3\le -15$, $x\in\{-8;-6;-4;-2\}$

21. Fie mulțimile $A=\{x\in\mathbb{Z}|x\,\vdots\,15\}$, $B=\{x\in\mathbb{N}|18\,\vdots\,x\}$, $C=\{x\in\mathbb{Z}\setminus\mathbb{N}|x\,\vdots\,30\}$.
Calculați: a) $A\setminus B$ b) $A\cup C$ c) $C\setminus B$ d) $(A\cap B)\setminus C$

22. Fie mulțimile $A=\{x\in\mathbb{Z}||x|\le 4\}$ și $B=\{x\in\mathbb{Z}||x|>2\}$. Să se calculeze:
a) $A\cap B$; b) $A\cap\mathbb{N}$; c) $B\cap\mathbb{N}$; d) $A\cap(\mathbb{Z}\setminus\mathbb{N})$; e) $B\setminus\mathbb{N}$; f) $A\cup B$; g) $A\setminus B$; h) $(B\setminus A)\cap\mathbb{N}$.

23. Să se determine elementele mulțimilor $A=\{x\in\mathbb{N}|2^x<16\}$ și $B=\{x\in\mathbb{Z}||4-x|\le 2\}$.
Calculați: a) $A\cap B$; b) $A\cup B$; c) $B\setminus A$; d) $A\setminus B$; e) $B\cap(\mathbb{Z}\setminus\mathbb{N})$.

24. Determinați elementele mulțimilor: $A=\{x\in\mathbb{N}|-8<x<5\}$;
$B=\{x\in\mathbb{Z}|-3\le|x|\le 1\}$; $C=\{x\in\mathbb{N}|-4\le x\le 0\}$; $D=\{x\in\mathbb{Z}\setminus\mathbb{N}||x+1|\le 4\}$.

25. Să se determine mulțimile A și B dacă sunt îndeplinite simultan condițiile:
$A\cup B=\{x\in\mathbb{Z}\,|\,-3\le x\le 2\}$ $A\cap B=\{-2;1\}$ $B\setminus A=\{2;0\}$

LIBRIS | We know books

26. Fie mulțimile $A=\{x\in\mathbb{N}\,|\,24:x\}$ și $B=\{x\in\mathbb{Z}\,|\,12:x\}$. Să se afle: a) $A\cap B$; b) $B\setminus A$; c) $A\setminus B$.

27. Să se determine mulțimile A și B dacă sunt satisfăcute simultan condițiile:
$A\cup B=\{x\in\mathbb{N}^*\,|\,x\le 8\}$ $A\cap\{1;4;5\}=\emptyset$ $\{6;8\}\cap B=\emptyset$ $A\cap B=\{2;3;7\}$

***

28. Să se afle mulțimile A și B știind că $A\cap B=\{1;3\}$, $2\in A$, $B\setminus A=\emptyset$ iar $A\setminus B$ are un element.

29. Să se determine $x\in\mathbb{R}$ dacă:
a) $\{1;3;x\}=\{a\in\mathbb{N}, a\,|\,6\}\setminus\{6\}$
b) $\{a\in\mathbb{N}^*\,|\,2(a-3)\le a-5\}=\{1;2\}\cap\{x\}$
c) $D_{12}\setminus D_6=\{-4;12\}\cup\{x;4\}$

30. Câte elemente are $A\cup B$ și $A\cap B$ dacă A are 5 elemente, B are 3 elemente iar $B\setminus A$ are un element?

31. Să se rezolve în $\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}$:
a) $x\cdot y=5$ b) $2\cdot x\cdot y=6$ c) $x\cdot y=-4$ d) $(x+1)\cdot y=7$
e) $(y-1)\cdot x=-8$ f) $3(x+2)\cdot y=12$ g) $(x+3)(y-1)=9$

1.2. Recapitulare algebră: mulțimea Q

*

1. a) Cel mai mic număr întreg de o cifră este ...
b) Dintre 0,(14) și 0,14 mai mare este ...
c) Inversul numărului $-\frac{2}{3}$ este ...

2. a) Calculând 2^{-3} se obține ...
b) Scrieți numărul 1,(3) sub formă de fracție ireductibilă.
c) Calculând $(-2)^3-28:4$ se obține ...

3. a) Suma divizorilor naturali ai numărului 8 este egală cu ...
b) Dintre numerele 9^{11} și 2^{33} mai mic este ...
c) Transformând fracția $\frac{14}{3}$ în fracție zecimală se obține ...

4. Completați cu răspunsul corect.
a) $0{,}24+1{,}2^2=\ldots$ b) $\left(2\frac{1}{2}-3\right):\left(-\frac{1}{2}\right)^2=\ldots$
c) $0{,}(3)-3-2=\ldots$ d) Numărul numerelor întregi care se află între $-8{,}3$ și $-\frac{18}{5}$ este ...
e) $(0{,}2)^{-2}:5^3-0{,}2=\ldots$ f) Suma dintre opusul lui $\frac{3}{8}$ și inversul lui 0,5 este ...

5. Ordonați crescător: $\frac{-4}{3}$; $\frac{-6}{5}$; $-1{,}3(4)$.

6. Încadrați numărul dat între două numere întregi consecutive:
a) $\ldots<-4{,}6(3)<\ldots$ b) $\ldots<\frac{-20}{7}<\ldots$

**

7. Fie $A=\left\{0,(3)^{-1};\ \frac{15}{-3}:-2^{-2};\ (-1)^{4};\ \frac{13}{6}\right\}$. Aflați elementele mulțimilor:

a) $A\cap\mathbb{N}=\ldots$ b) $A\cap\mathbb{Q}=\ldots$ c) $A\cap\mathbb{Z}=\ldots$ d) $A\cap(\mathbb{Q}\setminus\mathbb{Z})=\ldots$

8. Aflați valoarea absolută a numărului $a=\frac{-8}{15}:\left[\left(\frac{7}{5}-2{,}5\right)\cdot 10+3\right]-\frac{7}{30}$.

9. Să se determine elementele mulțimilor:

$A=\left\{x\in\mathbb{N}\,\middle|\,x<\frac{23}{5}\right\}$ $B=\left\{y\in\mathbb{N}\,\middle|\,\frac{7}{2}<y<\frac{16}{3}\right\}$ $C=\left\{z\in\mathbb{N}\,\middle|\,\frac{19}{3}>z>\frac{27}{7}\right\}$

Să se precizeze valoarea de adevăr a propozițiilor:

a) „$C\subset A$"; b) „$A\cap C=\emptyset$"; c) „$B\cap C=\emptyset$"; d) „$A\cap B=\{4\}$"; e) „$A\cup B=\{t\in\mathbb{N}\,|\,t<6\}$"

10. Fie mulțimile: $A=\{w\in\mathbb{Z}\,|\,w\,|\,6\}$ $B=\{x\in\mathbb{Z}\,|\,x=w+1,\ w\in A\}$

$C=\left\{y\in\mathbb{Z}\,\middle|\,y=x^2-4,\ x\in B\right\}$ $D=\left\{z\in\mathbb{N}\,\middle|\,z+\frac{2}{5}\le\frac{2(z+3)}{3}\right\}$

Să se calculeze: a) $(A\cup B)\setminus C$; b) $(D\cap B)\cup(D\cap A)$; c) $(A\cap\mathbb{N})\cap D$; d) $(A\setminus\mathbb{N})\cap C$.

11. Calculați:

a) $\left|-\frac{1}{2}\right|+\left|\frac{5}{6}\right|=$ b) $\left|-1\frac{3}{4}\right|\cdot|-2|-\left|-1\frac{1}{6}\right|=$ c) $\left|\frac{2}{3}-\frac{1}{4}\right|:\left|-\frac{5}{6}\right|+(-2)\cdot\left|-\frac{1}{2}\right|^{3}=$

d) $\left|2{,}5-\frac{3}{4}\right|\cdot|-2|-\left|1\frac{1}{6}\right|:|-7|^{-1}=$ e) $\left(|-0{,}(3)\cdot(-2)|+|-0{,}1(3)|\right):15^{-1}=$

f) $\left(\left|\frac{1}{-1+\frac{1}{3}}\right|^{2}-\left|-\frac{1}{2}\right|^{3}-\left|\frac{1}{3}+\frac{1}{2}\right|\right)\cdot 18=$ g) $\left|\frac{1}{-2+\frac{1}{4}\cdot(-2)^{-1}}\right|\cdot\left|\frac{1}{2}-\frac{3}{4}\right|^{3}=$

h) $\left|\left|\frac{2}{-3}\right|\cdot|-3{,}75|:\left|\frac{-5\cdot 2}{-7}+\frac{-1}{14}\right|\right|\cdot 19=$

12. Completați cu răspunsul corect.

a) $\frac{x+1}{5}=\frac{x-1}{4}\Rightarrow x=\ldots$ b) $3{,}(3)x+3{,}5=x\Rightarrow x=\ldots$

c) $\frac{x}{3}+\frac{1}{2}=\frac{x}{2}+\frac{1}{3}\Rightarrow x=\ldots$ d) $2^{-1}x+3^{-1}x=15\Rightarrow x=\ldots$

e) Dacă două treimi din x este $8\Rightarrow x=\ldots$ f) Dacă 40% din x este $12\Rightarrow x=\ldots$

13. Rezolvați în $\mathbb{Q}$: a) $2x-\frac{x+1}{3}=0{,}8\Rightarrow x=\ldots$

b) $0{,}8x+2{,}3(2x+1)=5x\Rightarrow x=\ldots$ c) $0{,}4x-2(1-3x)=4x-11{,}6\Rightarrow x=\ldots$

d) Aflați a dacă $\frac{-1}{2}$ este soluție a ecuației $(a+1)(x+3{,}5)=2a+x$.

14. a) Aflați numărul soluțiilor naturale ale inecuației $x-\frac{x+1}{2}\le 4$.

b) Rezolvați în $\mathbb{Z}$ inecuația $4-2(x+1)\le x+11$.

15. Un număr este mai mic decât 3,6 cu tot atât cu cât este mai mare dublul lui decât 3,6. Aflați numărul.

16. O persoană a cheltuit în prima zi $\frac{2}{5}$ dintr-o sumă iar a doua zi cu 15 lei mai mult decât $\frac{2}{3}$ din rest. Știind că i-au mai rămas 17 lei, aflați ce sumă a avut la început.

LIBRIS | We know books

***

17. Să se afle x:

a) $\frac{5}{2x+1}\in\mathbb{N}, x\in\mathbb{N}$ b) $\frac{5}{2x+1}\in\mathbb{Z}, x\in\mathbb{Z}$ c) $\frac{3}{x}\in\mathbb{N}, x\in\mathbb{Z}$ d) $\frac{15}{3x+2}\in\mathbb{N}, x\in\mathbb{N}$

e) $\frac{15}{3x+2}\in\mathbb{N}, x\in\mathbb{Z}$ f) $\frac{4}{|x|+1}\in\mathbb{N}, x\in\mathbb{Z}$ g) $\frac{36}{2^x+1}\in\mathbb{N}, x\in\mathbb{N}$

18. Fie $A=\left\{x\in\mathbb{Z}^*\,\middle|\,\frac{8}{x-2}\in\mathbb{Z}\right\}$ și $B=\left\{y\in\mathbb{Z}^*\,\middle|\,\frac{2y-1}{3}\le -2\right\}$. Să se afle: a) $A\cap B$; b) $A\setminus B$.

19. Aflați $x\in\mathbb{Z}$ dacă: a) $\frac{7}{2x+1}\in\mathbb{Z}$; b) $\frac{2x+1}{3x-5}\in\mathbb{Z}$

20. a) Fie mulțimea $A=\left\{x\in\mathbb{Z}\,\middle|\,(x+5)\,\middle|\,(2x+3)\right\}$. Să se afle elementele mulțimii A.

b) Dacă $3a+3b=18$, să se calculeze $\frac{2(a-20)}{5}+\frac{b}{2}+\frac{a}{10}$.

21. Arătați că următoarele fracții sunt ireductibile oricare ar fi $n\in\mathbb{N}$:

a) $\frac{2}{2n+1}$ b) $\frac{3}{3n+2}$ c) $\frac{n}{n+1}$ d) $\frac{n+1}{3n+4}$ e) $\frac{3n+1}{5n+2}$ f) $\frac{4n+3}{9n+7}$ g) $\frac{4n+3}{6n+4}$

1.3. Recapitulare geometrie

1. Fie $\triangle ABC$ isoscel. Se construiesc $[AD]\equiv[AF]$ astfel încât $\sphericalangle DAB\equiv\sphericalangle FAC$, F și D în exteriorul $\triangle ABC$, $[AB]\equiv[AC]$, $BD\cap AC=\{N\}$, $FC\cap AB=\{M\}$. Să se arate că $\triangle BMO\equiv\triangle CNO$, unde $\{O\}=BD\cap FC$.

2. Fie $\triangle ABC$ isoscel $[AB]\equiv[AC]$, $AB=6$ cm. Se duce AD înălțime, $D\in[BC]$, $BD=3$ cm. Din D se duce paralela DE la AB, $E\in[AC]$. Să se afle măsurile unghiurilor $\triangle AED$.

3. În triunghiul isoscel ABC, $[AB]\equiv[AC]$, BD este bisectoarea unghiului B. Aflați măsurile unghiurilor triunghiului ABC dacă $\sphericalangle ADB=99°$.

4. În triunghiul isoscel ABC, $[AB]\equiv[AC]$, se știe că $BE\perp AC$, $E\in[AC]$, $\sphericalangle EBC=20°$. Aflați măsurile unghiurilor $\triangle ABC$.

5. Ce fel de triunghi este acela pentru care o bisectoare exterioară a unui unghi este paralelă cu latura opusă acelui unghi?

6. Fie $\triangle ABC$, AD și CD bisectoare exterioare, $AD\cap BC=\{E\}$. Dacă $\sphericalangle CDE=110°$ și $\sphericalangle AEC=30°$, arătați că $\triangle ABC$ este isoscel.

7. Fie triunghiul isoscel ABC, $[AB]\equiv[AC]$, AE bisectoare interioară și CE bisectoare exterioară, $AE\cap BC=\{M\}$. Dacă $\sphericalangle CEA=40°$, să se afle măsurile unghiurilor $\triangle ABC$.

8. Să se demonstreze că, pentru un triunghi echilateral, oricare bisectoare exterioară este paralelă cu latura opusă.

9. În triunghiul dreptunghic ABC, $\sphericalangle B=90°$, se duce bisectoarea AE, $E\in[BC]$. Dacă $\sphericalangle AEC=120°$, aflați măsurile $\sphericalangle A$ și $\sphericalangle C$.

10. Unghiul format de bisectoarele exterioare ale unghiurilor B și C din $\triangle ABC$ are măsura de $80°$. Dacă $\sphericalangle B = 90°$, aflați măsurile $\sphericalangle A$ și $\sphericalangle C$.

11. Arătați că paralela la BC dusă prin vârful A al $\triangle ABC$ isoscel, $[AB] \equiv [AC]$, este bisectoare exterioară.

12. În triunghiul echilateral ABC, $AD \perp BC$, $DC = 4$ cm. Dacă E este mijlocul lui $[AB]$, aflați: a) perimetrul $\triangle ABC$; b) măsura $\sphericalangle BAD$; c) lungimea lui $[ED]$.

13. Într-un triunghi dreptunghic unghiurile sunt direct proporționale cu 1, 2 și 3. Știind că lungimea catetei celei mai mici este de 4 cm, aflați lungimile ipotenuzei și medianei corespunzătoare ei.

14. Aflați perimetrul triunghiului dreptunghic ABC cu $\sphericalangle B = 90°$ în următoarele cazuri: a) $AB = 12$ cm și $BC = 16$ cm; b) $AC = 10$ cm și $BC = 8$ cm; c) $AC = 17$ cm și $AB = 15$ cm.

15. În triunghiul isoscel ABC se duce $MN \parallel AB$, $M \in [BC]$, $N \in [AC]$. Dacă $\sphericalangle NMB$ este 20% din $\sphericalangle ABC$, să se afle unghiurile $\triangle ABC$.

16. În exteriorul triunghiului isoscel ABC, $AB = AC$, cu $\sphericalangle ABC = 75°$ se construiește triunghiul echilateral ACD. Aflați măsura unghiului ABD.

17. În triunghiul ABC se duce bisectoarea BD a $\sphericalangle ABC$, $D \in [AC]$, și $AE \perp BD$, $E \in [BC]$. Demonstrați că $AD = DE$.

18. În $\triangle ABC$ se știe că unghiurile B și C sunt complementare iar M este mijlocului lui $[BC]$. Dacă $\frac{\sphericalangle B}{\sphericalangle C} = \frac{7}{11}$ și $BC = 20$ cm, aflați: a) măsura $\sphericalangle MAC$; b) lungimea lui $[AM]$.

19. Fie triunghiul echilateral ABC cu $AB = 10$ cm în care $D \in [BC$, $C \in [BD]$, $\sphericalangle CAD = 30°$. Se consideră CE bisectoarea $\sphericalangle ACD$, $E \in [AD]$. a) Arătați că $CE \parallel AB$. b) Aflați măsura $\sphericalangle CED$. c) Arătați că E este mijlocul lui $[AD]$. d) Aflați lungimea lui $[CE]$.

1.4. Teste de evaluare inițială

Testul 1

I. 1. Calculați: a) $(-4)^2 - 7 \cdot (-2) = \ldots$; b) $-\frac{2}{3} \cdot 0,(3) - 1\frac{1}{3} \cdot \left(-\frac{1}{6}\right) = \ldots$

2. Dacă $1 - 2x = -3$ atunci x este: a) -1 b) 1 c) -2 d) 2

3. Dacă într-un triunghi dreptunghic mediana corespunzătoare ipotenuzei are 2,8 cm atunci ipotenuza are ... cm.

4. a) Dacă 20% din x este 2,3 atunci $x = \ldots$ b) $[24; 28] = \ldots$

5. Pe o hartă la scara 1:50000, distanța dintre două sate este 18 cm. Cât este distanța reală?

6. Dacă probabilitatea de a extrage un loz câștigător dintr-o cutie cu 150 lozuri este de 2/25 atunci numărul lozurilor necâștigătoare este ...

7. Un triunghi isoscel cu un unghi de $150°$ are celelalte unghiuri egale cu ... °.

8. Două unghiuri alterne interne sunt ...

II. 9. Raportul a două numere este 5/7 iar diferența dintre triplul primului și jumătate din al doilea este 46. Aflați numerele.

LIBRIS | We know books

10. Aflați măsura unghiului ale cărui complement și suplement sunt invers proporționale cu numerele 7 și 2.

11. Un număr de bomboane se împarte în mod egal unor copii. Dacă se împarte la 8 copii rămân 7 bomboane, dacă se împarte la 6 copii rămân 5 bomboane. a) Verificați dacă pot fi 47 de bomboane. b) Găsiți cel mai mic număr de bomboane care îndeplinește condițiile.

12. Demonstrați că $(2^{n+1}\cdot 5^n+1):3$.

13. Într-un $\triangle ABC$, dreptunghic în B, cu $\sphericalangle C=30^\circ$, se duce bisectoarea exterioară AD a unghiului A, $D\in BC$, și $BE\parallel AD$, $E\in[AC]$. Demonstrați că BE este mediană în $\triangle ABC$.

Testul 2

I. 1. a) C.m.m.d.c. pentru 216 și 144 este ... b) Dacă $\frac{x+3}{2x-1}=1$ atunci $x=\ldots$

2. Numărul divizorilor naturali ai numărului 36 este ...

3. a) Suplementul lui $17^\circ 14' 3''$ este ... b) Dacă 5% din x este 15 atunci 16% din x este ...

4. Unghiurile unui triunghi sunt proporționale cu 1, 6, 11. Cel mai mic unghi are ... °.

5. Un triunghi isoscel cu un unghi de 60° este ...

6. Dacă din 5 kg lămâi se obțin 2 litri de suc atunci din 7 kg lămâi se vor obține ... litri de suc.

7. Două unghiuri interne de aceeași parte a secantei sunt ...

II. 8. După o reducere cu 12% un obiect costă 352 lei. Aflați prețul obiectului înainte de reducere.

9. Calculați: a) $[(-3)^4\cdot 9^5+3^{13}]:3^{12}-3^2=$; b) $\left[(-3)^{-1}+(-3)^{-2}\right]\cdot(-27)=\ldots$

10. Rezolvați: a) $\frac{x+1}{3}-2{,}5=\frac{x}{2}$ b) $13-2x=7{,}5-x$

11. În $\triangle ABC$, dreptunghic în $\sphericalangle A$, $\sphericalangle B=60^\circ$ și $AD\perp BC$, $D\in[BC]$. Arătați că $DC=3\cdot BD$.

12. Fie $\triangle ABC$ isoscel, $\sphericalangle C\equiv\sphericalangle B=30^\circ$. Fie D simetricul lui B față de AC. Demonstrați că $\triangle DBC$ este echilateral.

Testul 3

I. 1. Calculați: a) $2\cdot(-3)+(-6):(-2)-(-8)=\ldots$; b) $\left(\frac{7}{12}-\frac{3}{4}-\frac{1}{3}\right)\cdot 0{,}5^{-2}=\ldots$

2. Cel mai mic multiplu comun al numerelor 45 și 24 este: a) 3; b) 40; c) 180; d) 360.

3. Dacă $4x=5y$ atunci raportul $\frac{2x+3y}{x+4y}$ este egal cu: a) $\frac{21}{24}$; b) $\frac{20}{21}$; c) $\frac{22}{21}$; d) $\frac{23}{24}$.

4. Ce viteză medie a avut un automobil dacă a mers 2 ore cu 90 km/h și 3 ore cu 70 km/h?

5. Dacă numărul fetelor reprezintă 30% din numărul de elevi ai clasei și sunt 21 de băieți atunci clasa are un număr de: a) 28 elevi; b) 29 elevi; c) 30 elevi; d) 31 elevi.

6. Raportul dintre x și y este 2/3 iar $3x+7y=108\Rightarrow y=\ldots$

7. Două unghiuri complementare sunt direct proporționale cu numerele 2 și 7. Diferența lor este: a) $20°$ b) $70°$ c) $50°$ d) $90°$

LIBRIS We know books

8. Un triunghi isoscel are o latură de 10 cm și una de 4 cm $\Rightarrow$ perimetrul este ... cm.

9. Dacă x este măsura unui unghi obtuz atunci este adevărat că:
a) $0° \le x \le 90°$? b) $90° \le x \le 180°$? c) $x = 90°$? d) $x = 180°$?

II. 10. Rezolvați în mulțimea numerelor raționale ecuația $2 \cdot [(2-1{,}5)^2 - 0{,}(3)] = 0{,}5 \cdot x$.

11. Determinați toate valorile întregi ale lui x pentru care $\frac{-7}{2x+1}$ este număr natural.

12. Să se afle numerele naturale a și b dacă $2a + 5b = 18$ iar b este număr prim.

13. În $\triangle ABC$, dreptunghic în $\sphericalangle A$, $\sphericalangle B = 2\sphericalangle C$ și $BC = 12$ cm. Să se afle perimetrul $\triangle ABM$ unde M este mijlocul $[BC]$.

14. Triunghiul ABC isoscel, cu $[AB] \equiv [AC]$, are perimetrul egal cu 32 cm. Fie $BM \perp AC$, $M \in [AC]$. Dacă perimetrul $\triangle BAM$ este de 24 cm, să se demonstreze că $BM = BC + MC - 8$.

Testul 4

I. 1. Calculați: a) $-12 : 3 + 3 \cdot (-2) - 5 = \ldots$; b) $(0{,}2 - 1{,}75) : 3{,}1 = \ldots$

2. Cardinalul mulțimii divizorilor comuni ai lui 18 și 24 este: a) 5; b) 4; c) 3; d) 2.

3. Dacă $\frac{12}{2x-1} = \frac{8}{2}$ atunci x este egal cu: a) 2 b) 3 c) 1 d) 4

4. Dacă o persoană cumpără 2 cutii de bomboane cu 20 lei/cutie și 3 cutii cu 30 lei/cutie atunci o cutie de bomboane costă în medie ... lei.

5. După o reducere de 10% o cămașă costă 40,5 lei. Prețul inițial a fost ... lei.

6. Dacă x/y este 3/5 iar suma lor este 40 atunci $3x + y$ este egal cu ...

7. Unghiurile ascuțite ale unui triunghi dreptunghic sunt invers proporționale cu numerele 0,(3) și 0,1(6). Cel mai mare unghi are măsura de: a) $15°$; b) $25°$; c) $40°$; d) $60°$.

8. $\triangle ABC$ are $[AB] \equiv [AC]$ și $\sphericalangle A = 90°$. Fie $AM \perp BC$, $M \in [BC]$. $\Rightarrow \sphericalangle MAC = \ldots°$.

9. Media aritmetică a măsurilor a două unghiuri ale unui triunghi este $25°$. Atunci triunghiul este: a) echilateral; b) dreptunghic; c) obtuzunghic; d) isoscel.

II. 10. Rezolvați în mulțimea numerelor raționale ecuația $\frac{x+3}{2} + 1{,}3x = 2 \cdot (3 - 2{,}5)^2$.

11. Să se determine valorile naturale ale lui x pentru care $17/(2x-3) \in \mathbb{Z}$.

12. Într-un bloc sunt 62 de camere reprezentând apartamente de 2 camere, respectiv 4 camere. Să se afle numărul minim de apartamente din bloc (se exclud băile și bucătăriile).

13. În $\triangle ABC$ dreptunghic în A, $AM \perp BC$, $M \in [BC]$, N este mijlocul ipotenuzei BC și $[MN] \equiv [BM]$. Dacă $BM = 6$ cm, să se afle $BC + AB$.

14. Într-un $\triangle MNP$, MA este mediatoarea segmentului NP, $A \in [NP]$. Perimetrul $\triangle MNP$ este egal cu 34 cm iar $MN = 12$ cm. Să se afle lungimea segmentului AP.

LIBRIS We know books

2. Mulțimea numerelor reale

2.1. Rădăcina pătrată a unui număr natural pătrat perfect

*

1. Să se calculeze: a) $\sqrt{16}+\sqrt{25}=$

b) $\sqrt{9}-\sqrt{4}-\sqrt{0}=$ c) $\sqrt{81}-\sqrt{100}+2\cdot\sqrt{4}=$ d) $-\left(\sqrt{25}+\sqrt{16}\right)+2\cdot\sqrt{36}=$

e) $\sqrt{49}-\sqrt{64}+2\cdot\left(\sqrt{1}-\sqrt{9}\right)=$ f) $2\cdot\sqrt{100}:\sqrt{16}+\sqrt{4}=$ g) $\sqrt{64}:\left(\sqrt{16}-\sqrt{36}\right)=$

2. Calculați: a) $\sqrt{361}$; b) $\sqrt{529}$; c) $\sqrt{729}$; d) $\sqrt{196}$; e) $\sqrt{625}$; f) $\sqrt{484}$; g) $\sqrt{841}$; h) $\sqrt{784}$; i) $\sqrt{324}$; j) $\sqrt{169}$; k) $\sqrt{961}$; l) $\sqrt{1089}$; m) $\sqrt{1369}$; n) $\sqrt{2304}$; o) $\sqrt{1681}$; p) $\sqrt{11449}$; q) $\sqrt{3969}$; r) $\sqrt{20736}$; s) $\sqrt{82944}$; t) $\sqrt{186624}$; u) $\sqrt{1016064}$.

**

3. Să se calculeze:

a) $\left(-3\cdot\sqrt{100}+2\cdot\sqrt{144}:\sqrt{36}\right):\sqrt{169}=$ b) $\dfrac{\sqrt{1444}}{\sqrt{361}}+\dfrac{15}{\sqrt{16}}=$

c) $\left(\sqrt{225}+\sqrt{169}\right):\left(-\sqrt{16}\right)=$ d) $\sqrt{(-5)^4}-\sqrt{10^2}+\sqrt{121}=$

e) $\sqrt{2^4\cdot3^2}-\sqrt{5^2\cdot2^6}+\sqrt{4^4\cdot1^5}=$ f) $\dfrac{\sqrt{144}}{\sqrt{64}}+\dfrac{\sqrt{529}}{2}=$

4. Calculați:

a) $\left(\sqrt{16}-\sqrt{256}\right):\left(+\sqrt{9}\right)=$ b) $\left(3\sqrt{81}-\sqrt{25}\right):(-11)=$ c) $\sqrt{\sqrt{144}:\left(-\sqrt{9}\right)+20}=$

d) $\sqrt{\left(\sqrt{100}+\sqrt{64}\right):2}=$ e) $\left(\sqrt{(-2)^4}-\sqrt{324}\right):(-7)+2=$ f) $\sqrt{\sqrt{81}-\left(\sqrt{169}-\sqrt{25}\right)}=$

5. Să se rezolve în $\mathbb{Z}$:

a) $2x+\sqrt{25}=\sqrt{49}$ b) $\sqrt{100}-3x=\sqrt{16}-6$ c) $4\left(x+\sqrt{4}\right)=-\sqrt{4}$

d) $\sqrt{64}-2x=-\sqrt{4}$ e) $5\cdot(x+2)-\sqrt{81}=\sqrt{36}$ f) $\sqrt{121}-x=\sqrt{144}$

6. Rezolvați în $\mathbb{Z}$:

a) $\dfrac{\sqrt{144}}{\sqrt{16}}=\dfrac{2+x}{\sqrt{9}}$ b) $\dfrac{\sqrt{100}}{x+1}=\dfrac{13}{\sqrt{4}}$ c) $\dfrac{x\sqrt{36}}{\sqrt{9}}=\dfrac{-16}{\sqrt{4}}$

d) $\dfrac{2\sqrt{16}}{x\sqrt{9}+1}=\dfrac{1}{2}$ e) $\dfrac{\sqrt{324}}{28:\sqrt{49}}=\dfrac{x}{\sqrt{100}:5}$ f) $\dfrac{2x}{\sqrt{144}-\sqrt{4}}=\dfrac{1}{-\sqrt{25}}$

g) $\dfrac{\sqrt{196}-\sqrt{64}:2}{3x+2}=18:\sqrt{9}$ h) $\dfrac{\left(\sqrt{25}+\sqrt{9}\right)\cdot\sqrt{4}}{-2+\sqrt{49}-\sqrt{1}^{0}}=\dfrac{\sqrt{16}-\sqrt{256}}{1+2x}$

7. Să se calculeze:

a) $\left(\dfrac{1}{2}+\dfrac{\sqrt{9}}{4}\right)\cdot\left(-\sqrt{64}\right):\dfrac{\sqrt{25}}{3}=$ b) $-3\left(-\sqrt{25}-\sqrt{49}\right)+\sqrt{0}-\sqrt{9}:\sqrt{1}=$

c) $\sqrt{100}-2\sqrt{81}+\sqrt{4}:(-2)=$ d) $\left|\sqrt{36}-2\sqrt{64}\right|:\sqrt{4}+5\sqrt{9}=$ e) $\sqrt{2^2+3\cdot2^2}-\sqrt{36:(-2)^2}=$

8. Să se calculeze:

a) $\left(\sqrt{9}-\frac{\sqrt{(-2)^4}}{3}\cdot\frac{6}{\sqrt{25}}\right):\frac{14}{\sqrt{(-5)^2}}:\left(\frac{1}{2}\right)^3=$ b) $\left(\frac{\sqrt{25}}{3}-\sqrt{1}\right)\cdot\frac{(-3)}{\sqrt{16}}-(-2)\cdot\frac{3}{\sqrt{64}}=$

c) $\left[\frac{1}{3}-\sqrt{4}\cdot\left(1-1\frac{1}{2}\right)\right]:\left(-\frac{\sqrt{100}}{\sqrt{81}}\right)=$ d) $\left(1\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{4}}{\sqrt{9}}\right)^2:\frac{1}{\sqrt{|-16|}}=$ e) $\frac{\sqrt{4}-2\sqrt{9}}{2\sqrt{36}}=$

9. Să se calculeze:

a) $\frac{\sqrt{484}}{\sqrt{1089}}\cdot(-3)^2+1=$ b) $\frac{\sqrt{2601}}{34}\cdot\frac{1}{\sqrt{16}}=$ c) $\frac{\sqrt{2116}}{23}\cdot\left(\frac{1}{-2}\right)^2+\left(-\frac{1}{2}\right)^1=$

d) $\sqrt{3^2+(-4)^2+(-3)^2\cdot(-4)^2}=$ e) $\sqrt{(-25)\cdot(-7)-150:(-5)^2}=$

f) $\frac{\sqrt{3136}}{\sqrt{49}}:(-2)^4+\left(-\frac{1}{2}\right)^1=$ g) $\left(-1\frac{1}{3}\right)^3\cdot\frac{1}{\sqrt{64}}+\left(-\frac{1}{3}\right)^2=$

10. Să se afle x din proporțiile: a) $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}}=\frac{x+3}{\sqrt{144}}$ b) $\frac{\sqrt{\left(0,25+2\frac{1}{8}\right)\cdot\frac{32}{19}}}{3}=\frac{9}{2(x+2)}$

11. Să se calculeze:

a) $\sqrt{\sqrt{7569}:3-(-5)^2}=$ b) $\frac{\sqrt{5\sqrt{5\sqrt{5\sqrt{25}}+\sqrt{15625}}}}{13}-\sqrt{100}=$ c) $\frac{\sqrt{|-5|^4-(-3)^3}}{26}-|-2|=$

12. Să se arate că următoarele numere sunt pătrate perfecte:

a) 4^{2015} b) $1+3+5+\ldots+37$ c) $17^4\cdot(15^2+8^2)$

2.2. Estimarea rădăcinii pătrate dintr-un număr rațional

*

1. Calculați:

a) $\sqrt{2,89}$ b) $\sqrt{24,01}$ c) $\sqrt{1,3924}$ d) $\sqrt{19,36}$ e) $\sqrt{16,81}$

f) $\sqrt{0,1156}$ g) $\sqrt{1,2544}$ h) $\sqrt{0,046656}$ i) $\sqrt{0,9216}$ j) $\sqrt{56,25}$

k) $\sqrt{1,5625}$ l) $\sqrt{0,038416}$ m) $\sqrt{18,49}$ n) $\sqrt{0,0441}$ o) $\sqrt{0,331776}$

2. Calculați:

a) $\sqrt{3\frac{6}{25}}$ b) $\sqrt{2\frac{4}{16}}$ c) $\sqrt{4\frac{29}{49}}$ d) $\sqrt{2\frac{7}{9}}$ e) $\sqrt{0,(4)}$

f) $\sqrt{2\frac{14}{25}}$ g) $\sqrt{4+\frac{25}{36}}$ h) $\sqrt{1+0,(7)}$ i) $\sqrt{\frac{1}{5}:0,2}$ j) $\sqrt{0,(3):3}$

**

3. Să se calculeze: a) $\left[\left(\sqrt{\frac{64}{25}}-2\right)\cdot1\frac{7}{8}+\left(-\frac{5}{6}\right)\right]:\left(-\frac{1}{2}\right)^2=$

b) $\frac{-\sqrt{30\frac{1}{4}}+4\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{13}}{\frac{31}{(-3)^2}}+[-0,25+0,(3)]\cdot(-1,2)=$ c) $\frac{-\frac{5}{6}:[3,5-4,(3)]}{\sqrt{\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{3}:5\right)\cdot\frac{2}{5}}}=$